

## ОТЗЫВ

### официального рецензента на диссертационную работу

А.Н.Башировой на тему «Мультипликаторы кратных рядов Фурье-Хаара»,

**предоставленную на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности «БД060100 - МАТЕМАТИКА».**

№п/п	Критерии	Соответствие критериям (необходимо отметить один из вариантов ответа)
1.	<p>Тема диссертации (на дату ее утверждения) соответствует направлению развития науки и/или государственным программам</p>	<p>Соответствие критериям (необходимо отметить один из вариантов ответа)</p> <p>1.1 Соответствие приоритетным направлениям развития науки или государственным программам:</p> <p>Тема диссертации относится к гармоническому анализу и теории интерполяции функциональных пространств и полностью соответствует специальному научному направлению «Фундаментальные и прикладные исследования в области математики и механики» приоритетного направления «Научные исследования в области естественных наук»</p> <p>1) Исследования по диссертации проводились в рамках проектов АР08053326 «Методы функциональных пространств и их приложения в гармоническом анализе» (2020г) и АР09260223 «Преобразование Фурье и мультипликаторы преобразований Фурье функций многих переменных из анизотропных пространств» (2021г)</p> <p>3) Диссертация соответствует приоритетному направлению развития науки «Научные исследования в области естественных наук»</p>

2.	Важность для науки	Работа вносит/не вносит существенный вклад в науку, а ее важность хорошо раскрыта/не раскрыта			Исследования по диссертации вносят существенный вклад в теорию ортогональных рядов (теоремы Харди-Литтлвуда для двойных рядов Фурье-Хаара функций из сетевых пространств (теорема 2.2) и пространств Лебега со смешанной нормой (теорема 2.3) на квадрате, теорию интерполяции функциональных пространств (теорема 1.3 о многопараметрической интерполяции сетевых пространств на квадрате) и гармонический анализ (теоремы о мультипликаторах рядов Фурье-Хаара для одномерных пространств Лоренца (теорема 3.2, которая доставляет необходимое и достаточное условие в общем случае и охватывает важный и трудный новый случай) и анизотропных пространств Лоренца на квадрате (теорема 4.3)). Важность полученных результатов вполне раскрыта в тексте диссертации, в частности, через полное и детальное изложение истории вопроса и их сравнение с предшествующими результатами.
3.	Принцип самостоятельности	Уровень самостоятельности: 1) Высокий; 2) Средний; 3) Низкий; 4) Самостоятельности нет			1) Высокий. Это продемонстрировано посредством а) вполне свободного владения тонкой и/или трудной техникой современных теорий интерполяции, гармонического анализа и теории функциональных пространств (в частности, теории сетевых пространств, введенных научным руководителем

		<p>диссертанта); 6) адаптации ряда известных результатов для решения новых трудных задач в существенно новых «обстоятельствах»; в) разработки аналитического аппарата (см., например, теоремы 2.1, 3.1, 4.1) и доказательств большой серии важных технических результатов (см., например, леммы 1.4 – 1.9, 2.1, 2.2, 3.1, 4.1, 4.2, теорема 4.2).</p>
<p>4. Принцип внутреннего единства</p>	<p>4.1 Обоснование актуальности диссертации:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Обоснована;</li> <li>2) Частично обоснована;</li> <li>3) Не обоснована.</li> </ol>	<p>1) Вполне обоснована. Следует просто добавить, что исследования в диссертации проведены на стыке современных бурно развивающихся разделов гармонического анализа, теории всплесков и теории многопараметрической интерполяции.</p>
	<p>4.2 Содержание диссертации отражает тему диссертации:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Отражает;</li> <li>2) Частично отражает;</li> <li>3) Не отражает</li> </ol>	<p>1) отражает вполне адекватно.</p>
	<p>4.3. Цель и задачи соответствуют теме диссертации:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) соответствуют;</li> <li>2) частично соответствуют;</li> <li>3) не соответствуют</li> </ol>	<p>2) полное соответствие.</p>
	<p>4.4 Все разделы и положения диссертации логически взаимосвязаны:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) полностью взаимосвязаны;</li> <li>2) взаимосвязь частичная;</li> <li>3) взаимосвязь отсутствует</li> </ol>	<p>1) полностью взаимосвязаны: интерполяционная теорема 1.3 (основной результат разд. 1) лежит в основе доказательств всех основных результатов разд. 2 – 4, характеристизации сетевых пространств и пространств Лебега со смешанной нормой (теоремы 2.2 и 2.3 соответственно), основные результаты разд. 2, наряду с теоремой</p>

		<p>4.5 Предложенные автором новые решения (принципы, методы) аргументированы и оценены по сравнению с известными решениями:</p> <p>1) критический анализ есть;</p> <p>2) анализ частичный;</p> <p>3) анализ представляет собой не собственные мнения, а цитаты других авторов</p>	<p>1.3, интенсивно используются при доказательстве основных результатов из разд. 3 – 4.</p> <p>1) критический анализ есть: об этом свидетельствует, в частности, полное и детальное изложение истории вопроса и сравнение основных результатов диссертации с предшествующими результатами в тексте диссертации.</p>
5.	<p>Принцип научной новизны</p>	<p>5.1 Научные результаты и положения являются новыми?</p> <p>1) полностью новые;</p> <p>2) частично новые (новыми являются 25-75%);</p> <p>3) не новые (новыми являются менее 25%)</p> <p>5.2 Выводы диссертации являются новыми?</p> <p>1) полностью новые;</p> <p>2) частично новые (новыми являются 25-75%);</p> <p>3) не новые (новыми являются менее 25%)</p> <p>5.3 Технические, технологические, экономические или управленческие решения являются новыми и обоснованными:</p> <p>1) полностью новые;</p> <p>2) частично новые (новыми являются 25-75%);</p> <p>3) не новые (новыми являются менее 25%)</p>	<p>Все основные и вспомогательные результаты, включённые в диссертацию вместе с доказательствами, являются новыми: это, в частности, относится к леммам 1.4 – 1.9, 2.1, 2.2, 3.1, 4.1, 4.2, теоремам 1.3, 2.2, 2.3, 3.2, 4.3.</p> <p>1) все выводы диссертации являются полностью новыми.</p>
6.	<p>Обоснованность основных выводов</p>	<p>Все основные выводы основаны/не основаны на весомых с научной точки зрения доказательствах либо достаточно хорошо обоснованы (для qualitative research и направлений подготовки по искусству и гуманитарным наукам)</p>	<p>Все основные выводы/результаты диссертации полностью обоснованы и снабжены строгими математическими доказательствами.</p>

7.	<p>Основные положения, выносимые на защиту</p>	<p>Необходимо ответить на следующие вопросы по каждому положению в отдельности:</p> <p>7.1 Доказано ли положение?</p> <p>1) доказано; 2) скорее доказано; 3) скорее не доказано; 4) не доказано</p> <p>7.2 Является ли тривиальным?</p> <p>1) да; 2) нет</p> <p>7.3 Является ли новым?</p> <p>1) да; 2) нет</p> <p>7.4 Уровень для применения:</p> <p>1) узкий; 2) средний; 3) широкий</p> <p>7.5 Доказано ли в статье?</p> <p>1) да; 2) нет</p>
		<p>Все основные результаты диссертации, к которым рецензент относит теоремы 1.3 (об интерполяции), 2.2 и 2.3 (Харди-Литтлвуда для двойных рядов Фурье-Хаара функций из сетевых пространств и пространств Лебега со смешанной нормой соответственно), 3.1 (касающаяся «вывода 4») об оценке нормы двойных частных сумм двойных рядов Фурье-Хаара), 3.2 и 4.3 (теоремы о мультипликаторах рядов Фурье-Хаара для одномерных пространств и анизотропных пространств Лоренца на квадрате (теорема 4.3))</p> <p>7.1: 1) полностью доказаны;</p> <p>7.2: 2) являются совершенно тривиальными;</p> <p>7.3: 1) являются новыми;</p> <p>7.4: 3) широкий, если иметь в виду применения в самой математике (вычислительном и прикладном гармоническом анализе, вычислительной математике) и информатике (computer science). Хотя следует подчеркнуть, что работа носит теоретический (фундаментальный) характер;</p> <p>7.5: 1) да, опубликованы с доказательствами в указанных в</p>

		диссертации статей автора.
8. Принцип достоверности Достоверность источников и предоставляемой информации	<p>8.1 Выбор методологии - обоснован или методология достаточно подробно подробно описана</p> <p>1) да; 2) нет</p> <p>8.2 Результаты диссертационной работы получены с использованием современных методов научных исследований и методик обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий:</p> <p>1) да; 2) нет</p> <p>8.3 Теоретические выводы, модели, выявленные взаимосвязи и закономерности доказаны и подтверждены экспериментальным исследованием (для направлений подготовки по педагогическим наукам результаты доказаны на основе педагогического эксперимента):</p> <p>1) да; 2) нет</p> <p>8.4 Важные утверждения подтверждены/частично подтверждены/не подтверждены ссылками на актуальную и достоверную научную литературу</p> <p>8.5 Использованные источники литературы достаточны/не достаточны для литературного обзора</p>	<p>Использованы (и подробно описаны в тексте диссертации) классические и современные методы теории интерполяции функциональных пространств и гармонического анализа и их дальнейшее (часто весьма нетривиальное) развитие (см. также сказанное в п.п. 2 - 6 выше).</p> <p>2) нет: это математическое исследование теоретического (фундаментального) характера.</p> <p>2) нет: это математическое исследование теоретического (фундаментального) характера.</p> <p>Все основные выводы/результаты диссертации полностью обоснованы и снабжены строгими математическими доказательствами в тексте диссертации.</p> <p>Вполне достаточны для полного и детального изложения истории вопроса, сравнения результатов диссертации с предшествующими результатами и строгого их доказательства в тексте статьи.</p>
9 Принцип практической ценности	9.1 Диссертация имеет теоретическое значение:	1) да. В диссертации получены новые знания, относящиеся к теории многопараметрической
1) да; 2) нет		

	<p>9.2 Диссертация имеет практическое значение и существует высокая вероятность применения полученных результатов на практике:</p> <p>1) да; 2) нет</p>	<p>интерполяции, анализу Фурье-Хаара и теории мультипликаторов, вносящие существенный вклад в их развитие.</p> <p>1) да, если иметь в виду применения в информатике (computer science) и через них (возможные) приложения в современных цифровых технологиях. Хотя следует подчеркнуть, что работа носит теоретический (фундаментальный) характер.</p> <p>2) частично новые, если иметь в виду применения в информатике (computer science), в русле применения теории рядов Хаара, или шире, теории всплесков в цифровой обработке сигналов и изображений.</p>
<p>10. Качество написания и оформления</p>	<p>9.3 Предложения для практики являются новыми?</p> <p>1) полностью новые; 2) частично новые (новыми являются 25.-75%); 3) не новые (новыми являются менее 25%)</p> <p>Качество академического письма:</p> <p>1) высокое; 2) среднее; 3) ниже среднего; 4) низкое.</p>	<p>1) высокое: в тексте диссертации изложение и анализ идеи работы, методов исследования, истории вопроса, доказательств ясное и чёткое, логически строгое и последовательное.</p> <p>Но как обычно в текстах такого объёма, имеется некоторос (небольшое) число недочётов и погрешностей технического характера (в том числе «опечаток»). Укажем замеченные:</p> <p>1) в лемме 1.4 следует коэффициент 3 заменить на 5;</p> <p>2) в ходе доказательства теоремы 1.3 использованы «неудачные обозначения»: <math>f_{\{00\}}</math>, ..., <math>f_{\{11\}}</math> \$ — с одной стороны, это специальное</p>

		<p>разложение для <math>f</math> вида (8)-(11), а с другой, произвольное разложение из определения интегрального метода Фернандеса. При этом, судя по всему, во второй выносной формуле на с. 45 эти две «ипостази» для <math>f_{\{00\}}, \dots, f_{\{11\}}</math> «встретились» (хотя и неявно) : в третьем звене «цепочки» это вторая, а в четвертом звене – первая, которая «сидит» в <math>I_{\{00\}}, \dots, I_{\{11\}}</math>. Кстати, величины <math>I_{\{00\}}, \dots, I_{\{11\}}</math> формально не определены;</p> <p>3) на с. 52 опечатка : ссылку на теорему 1.8 (таковой в работе нет) следует заменить ссылкой на теорему 2.1;</p> <p>4) в доказательстве теоремы 2.3 в первой формуле последний знак “=” надо заменить на “<math>\leq</math>”. Но главное здесь : следует либо добавить условие <math>f \geq 0</math> (которое скорее всего пропущено), либо слегка «поправить» доказательство;</p> <p>5) в соотношении (25) тоже следует заменить знак “=” на “<math>\leq</math>”, а также наложить условие <math>f &lt; q</math> либо заменить <math>f(1/p - 1/q)</math> на <math>f(1/p - 1/q)_{\{++\}}</math>;</p> <p>6) на с. 65 следовало (для удобства читателя) напомнить определение ретракции.</p> <p>Однако все сделанные выше замечания никоим образом не влияют на (а возможно лишний раз оттеняют) общую высокую оценку качества</p>
--	--	---



На основании изложенного считаю, что диссертация «Мультипликаторы кратных рядов Фурье-Хаара» вполне удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание степени доктора философии (Ph.D) по специальности 6D060100-Математика, а её автору Анар Набиевне Башировой следует присудить степень доктора философии (PhD) по специальности 6D060100-Математика

**Официальный рецензент:**

Институт математики и математического моделирования  
профессор



Д.Б. Базарханов



научиль Д.Б. Бауыржановқа  
жаберден  
инженер оле 